

### สมดุลย์ของแนช (Nash)

เราจะพิจารณาเกมที่มีผู้เล่น 2 คน ในเกมดังกล่าว ผู้เล่นคนแรกมีทางเลือก N แบบ ( $1 \leq N \leq 20$ ) เรียกเป็นทางเลือกที่ 1, 2, ..., N ขณะที่ผู้เล่นคนที่สองมีทางเลือก M แบบ ( $1 \leq M \leq 20$ ) เรียกเป็นทางเลือกที่ a, b, c, ...

ในการเล่นเกมนี้ผู้เล่นทั้งสองจะเลือกทางเลือกของตนเอง ทางเลือกของผู้เล่นทั้งคู่ที่เลือกมาจะเป็นผลลัพธ์ของเกม ดังนั้นเกมข้างต้นจะมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ NM แบบ

เราจะมีตารางระบุผลตอบแทนที่ผู้เล่นแต่ละคนได้ โดยตารางจะเป็นตารางขนาด N แถว M คอลัมน์ แต่ละช่องในตารางระบุข้อมูลผลตอบแทนของผู้เล่นทั้งสองคนสำหรับแต่ละผลลัพธ์ โดยจะระบุเป็นจำนวนเต็มสองจำนวน x และ y ซึ่งจะหมายความว่าถ้าผู้เล่นทั้งสองเลือกทางเลือกที่ระบุ ผู้เล่นคนแรกจะได้ผลตอบแทน x คนที่สองจะได้ผลตอบแทน y

พิจารณาเกมตัวอย่างเกมแรก ในเกมนี้ผู้เล่นสองคนมีทางเลือกที่จะไปชมภาพยนตร์ หรือไปชมการแข่งขันกีฬา เพื่อเขียนให้ตรงตามรูปแบบของเรา เราจะให้ทางเลือกของผู้เล่นคนแรก 1=ชมภาพยนตร์ และ 2=ชมกีฬา ส่วนของผู้เล่นคนที่สอง a=ชมภาพยนตร์ และ b=ชมกีฬา ผู้เล่นคนแรกอยากชมภาพยนตร์มากกว่าชมกีฬา ส่วนผู้เล่นคนที่สองอยากชมกีฬามากกว่าชมภาพยนตร์ แต่ทั้งสองคนอยากจะไปชมด้วยกัน ถ้าไม่ได้ไปด้วยกัน ถึงจะได้ไปเที่ยวก็ไม่มีความหมายใด ๆ

ภายใต้ข้อกำหนดดังกล่าว ตารางของผลตอบแทนอาจจะเป็นเช่นนี้

	a=ชมภาพยนตร์	b=ชมกีฬา
1=ชมภาพยนตร์	5,3	0,0
2=ชมกีฬา	0,0	3,5

ค่า 5,3 ในช่องมุมบนซ้ายที่ผู้เล่นคนแรกไปชมภาพยนตร์(1) และคนที่สองชมภาพยนตร์(a) หมายความว่าผู้เล่นคนแรกจะได้ค่าความพอใจ 5 หน่วย ขณะที่คนที่สองจะได้ค่าความพอใจ 3 หน่วย ส่วนค่า 3,5 ในช่องล่างซ้ายจะเป็นกรณีที่ทั้งสองคนเลือกไปชมกีฬา ผู้เล่นคนที่สองจะได้รับความพอใจมากกว่า สำหรับค่า 0,0 นั้น จะปรากฏในช่องที่ผู้เล่นทั้งสองคนเลือกไม่ตรงกัน

สังเกตว่าในกรณีที่ผู้เล่นทั้งสองได้เลือกทางเลือก (1,b) หรือ (2,a) นั้น ถ้าผู้เล่นทั้งสองคนถ้าเลือกได้ ก็อยากจะเปลี่ยนทางเลือกของตนเอง ขอยกตัวอย่างกรณีที่ทั้งคู่เลือกทางเลือก (1,b) ถ้าเราพิจารณาทางเลือกของผู้เล่นคนแรก สังเกตว่าถ้าผู้เล่นคนแรกทราบว่าผู้เล่นคนที่สองจะเลือกชมกีฬา (b) ผู้เล่นคนแรกก็อยากจะเปลี่ยนทางเลือกของตนเองไปเป็นทางเลือก 2 เนื่องจากจะให้ค่าผลตอบแทนที่ดีขึ้น คือจาก 0 เพิ่มขึ้น 3

อย่างไรก็ตาม ถ้าผู้เล่นทั้งสองเลือกทางเลือก (1,a) หรือ (2,b) แล้ว ผู้เล่นทั้งคู่จะไม่อยากจะเปลี่ยนทางเลือกของตนเอง ถ้าผู้เล่นอีกคนไม่เปลี่ยน ยกตัวอย่างเช่น ถ้าทั้งคู่เลือกทางเลือก (1,a) ถ้าผู้เล่นคนแรกทราบว่าผู้เล่นคนที่สองเลือกทางเลือก a, ผู้เล่นคนแรกจะพบว่าไม่มีความจำเป็นจะต้องเปลี่ยนทางเลือก เพราะว่าทางเลือก 1 นั้นให้ผลตอบแทนที่ดีที่สุดอยู่แล้วเมื่อผู้เล่นคนที่สองเลือก a

ในทางกลับกัน ผู้เล่นคนที่สอง เมื่อทราบว่าผู้เล่นคนแรกเลือกทางเลือก 1, ผู้เล่นคนที่สองก็ไม่มี ความจำเป็นจะต้องเปลี่ยนทางเลือกเช่นเดียวกัน เพราะทางเลือก a ให้ผลตอบแทนที่ดีที่สุดอยู่แล้ว ถ้าผู้เล่นคนแรกเลือก 1

ตำแหน่ง (1,a) และ (2,b) เป็นตำแหน่งหรือผลลัพธ์ของเกมที่ผู้เล่นใด ๆ ไม่มีความต้องการจะเปลี่ยนทางเลือก ถ้าผู้เล่นอีกคนไม่เปลี่ยนทางเลือก ผลลัพธ์ดังกล่าวคือ**สมดุลย์ของแนช**ในเกมนี้

ถ้าเราพิจารณาเกมเป่ายิงฉุบ โดยให้ทางเลือกของผู้เล่นคนแรกเป็นดังนี้ 1=ค้อน, 2=กรรไกร, 3=กระดาษ ส่วนทางเลือกของผู้เล่นคนที่สองคือ a=ค้อน, b=กรรไกร, c=กระดาษ ตารางผลตอบแทนของเกมจะเป็นดังนี้

	a=ค้อน	b=กรรไกร	c=กระดาษ
1=ค้อน	0,0	1,-1	-1,1
2=กรรไกร	-1,1	0,0	1,-1
3=กระดาษ	1,-1	-1,1	0,0

ในเกมดังกล่าว จะไม่มีคำตอบใด ๆ เลยที่เป็นสมดุลย์ของแนช เพราะว่าไม่ว่าทางเลือกของผู้เล่นทั้งคู่เป็นอย่างไร จะมีผู้เล่นอย่างน้อยหนึ่งคนอยากเปลี่ยนทางเลือกเสมอ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าทั้งคู่เลือกทางเลือกเป็น (1,b) ในกรณีนี้ผู้เล่นคนที่สองก็อยากเปลี่ยนทางเลือกจาก b (กรรไกร) ไปเป็น c (กระดาษ) เพราะว่าให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่า

ให้คุณเขียนโปรแกรมรับตารางผลตอบแทนของเกม จากนั้นให้หาว่ามีผลลัพธ์ของเกมกี่ตำแหน่งที่เป็นสมดุลย์ของแนช

**ข้อมูลนำเข้า**

บรรทัดแรก ระบุจำนวนเต็ม T แทนจำนวนชุดทดสอบ (1 <= T <= 20) จากนั้นจะมีข้อมูลชุดทดสอบอีก T ชุดตามมา สำหรับข้อมูลชุดทดสอบแต่ละชุดจะอยู่ในรูปแบบต่อไปนี้

บรรทัดแรก ระบุจำนวนเต็มสองจำนวน N และ M (1<=N<=20; 1<=M<=20)

อีก N บรรทัดจะระบุตารางผลตอบแทน แต่ละบรรทัดระบุจำนวนเต็มจำนวน 2M จำนวน กล่าวคือ บรรทัดที่ 1+i เมื่อ 1<=i<=N ระบุตารางผลตอบแทนเมื่อผู้เล่นคนแรกเลือกทางเลือก i ผลตอบแทนดังกล่าวจะระบุเป็นจำนวนเต็ม 2M จำนวน โดย 2 จำนวนแรกจะเป็นผลตอบแทนของผู้เล่นคนแรก และผู้เล่นคนที่สอง ตามลำดับ เมื่อผู้เล่นคนที่สองเลือกทางเลือก a, อีก 2 จำนวนถัดไปจะเป็นผลตอบแทนเมื่อผู้เล่นคนที่สองเลือกทางเลือก b, ไปเรื่อย ๆ จนครบทุก M ทางเลือกของผู้เล่นคนที่สอง

**ข้อมูลส่งออก**

มีทั้งสิ้น T บรรทัด แต่ละบรรทัดให้ระบุจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นสมดุลย์ของแนช

**ตัวอย่าง**

ข้อมูลนำเข้า	ข้อมูลส่งออก
2	2
2 2	0
5 3 0 0	
0 0 3 5	
3 3	
0 0 1 -1 -1 1	
-1 1 0 0 1 -1	
1 -1 -1 1 0 0	

**หมายเหตุ:** จอห์น แนช พิสูจน์ว่าในเกมใด ๆ จะมีสมดุลย์ของแนชเสมอ ถ้าเรายอมให้มีแผนการเล่นแบบสุ่ม สมดุลย์ของแนชที่เรากล่าวถึงในโจทย์ข้อนี้ถ้าจะเรียกอย่างเคร่งครัดจะเรียกว่าสมดุลย์ของแนชแบบกลยุทธ์บริสุทธิ์ (pure-strategy Nash equilibrium)

จอห์น แนชเสียชีวิตพร้อมภรรยาในอุบัติเหตุทางรถยนต์ในวันที่ 23 พฤษภาคม 2558